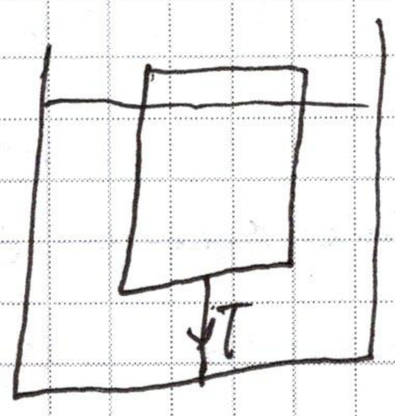
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 2

Задача №1



Дано:

$T = 10\ Н$

$\Delta h = 4\ мм = 0{,}004\ м$

$\rho_в = 1000\ кг/м^3$

$g = 10\ м/с^2$

$\rho_л = 900\ кг/м^3$ - плотность льда.

$S - ?$

$F_A = T + m_л g$

$m = \rho V$

$F_A = \rho_в V_{погр.} \cdot g$

$F_A - m_л g = T$

$\rho_в V_п g - \rho_л V_л g = T$

$\rho_в V_п - \rho_л V_л = \frac{T}{g} \Rightarrow V_п = \frac{\rho_л V_л + \frac{T}{g}}{\rho_в}$

При погружении льда в воду, лёд вытесняет объём $= V_п$.

При плавании масса растаявшей воды и пресного льда равны $\Rightarrow m_л = m_{р.в.} \Rightarrow \rho_л V_л = \rho_в V_{р.в.} \Rightarrow$

$\Rightarrow V_{р.в.} = \frac{\rho_л V_л}{\rho_в}$.

Пусть $h_п$ и $h_{р.в}$ — высота в первом и втором случаях соответственно.

Можно использовать оборот листа для записи решений

$h_n = \frac{V_n}{S}$; $h_{р.в} = \frac{V_{р.в}}{S}$.

$V_n > V_{р.в.} \Rightarrow h_n - h_{р.в.} = \frac{V_n - V_{р.в.}}{S} = 0,004$.

$$\frac{\frac{\rho_м V_м + \frac{T}{g}}{\rho_в} - \frac{\rho_м V_м}{\rho_в}}{S} = 0,004$$

$$\frac{T}{g} = \rho_в \cdot 0,004 S$$

$$S = \frac{T}{0,004 \cdot \rho_в \cdot g} = 0,25 м^2$$

Ответ: $S = 0,25 м^2$

Задача № 2.

1) Без замыкания ключей ($I = 6 А$).

Резисторы подключены последовательно.



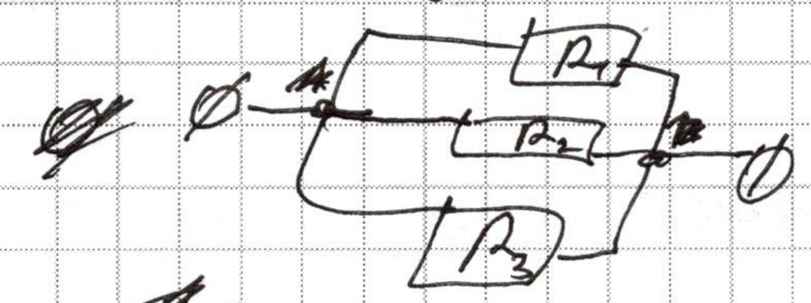
$R_{общ} = R_1 + R_2 + R_3$.

По з. Ома: $I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R_{общ.} = 6(R_1 + R_2 + R_3)$.

2) Замкнуты ключи ($I = 60 А$).



Перерисуем схему:

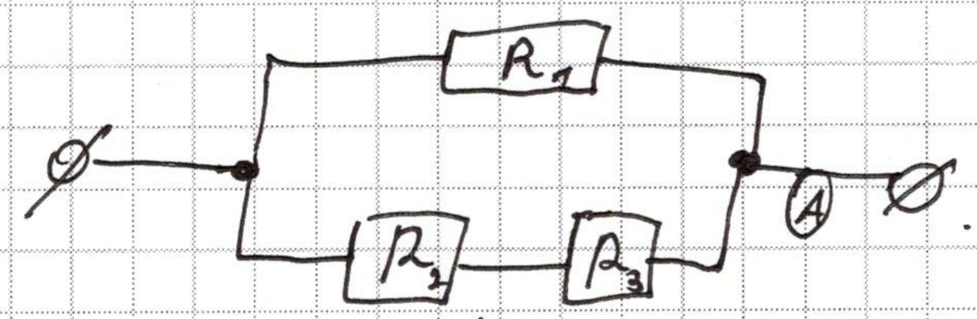


$$R_{общ} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

По з. Ома: $I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = \frac{60}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$.

Задача 2 Продолжение

3) Меняем замкнутый К2 и Р1 местами; размыкаем К1.



$$R_{общ} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2+R_3}}$$

По з. Ома: $I = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow R = \frac{\mathcal{E}}{I}$

Подключаем с первыми 2-мя ключами:

$\frac{R_2}{R_3} = 2 \Rightarrow R_2 = 2R_3$.

$U = const \Rightarrow 6(R_1 + R_2 + R_3) = 60\left(\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}\right) \Rightarrow$

$R_2 = 2R_3 \Rightarrow 6(R_1 + 3R_3) = 60\left(\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{2R_3} + \frac{1}{R_3}}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow R_1 + 3R_3 = 10\left(\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{3}{2R_3}}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow R_1 + 3R_3 = 10\left(\frac{2R_3 R_1}{2R_3 + 3R_1}\right) \Rightarrow R_1 + 3R_3 = 10\left(\frac{2R_1R_3}{2R_3+3R_1}\right) =$

$= \frac{20R_1R_3}{2R_3+3R_1}$

Последовательно R_1 R_2 R_3. $I_1 = I_2 = I_3 = I_{общ} = 6$ А.

$U_{общ} = U_1 + U_2 + U_3 = \frac{I_1}{R_1} + \frac{I_2}{R_2} + \frac{I_3}{R_3} = R_{общ} \cdot I$.

$6\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = (R_1 + 3R_3) \cdot 6$

$$\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}} = \frac{1}{R_1+3R_3}$$

$R_{общ\,2}$ $= \frac{1}{R_1+3R_3}$

(все R - одинаковые)

$U = I = \frac{U}{R} \Rightarrow R = \frac{U}{I}$

$\frac{U}{60} = \frac{1}{R_1+3R_3}$

$U = \frac{60}{R_1+3R_3}$

$(R_1+3R_3)\cdot 6 = \frac{60}{R_1+3R_3}$

$R_1+3R_3 = \sqrt{10}$.

$R_1 = 2\sqrt{10} - 3R_3$ $R_1 =$

$U = const = R_{общ\,1} \cdot I = 3(R_1+3R_3)\cdot 6 =$

$= 6\sqrt{10}$.

$I_3 = U \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{3R_3}\right) = \frac{\sqrt{10}}{3R_1R_3} \cdot 6\sqrt{10} =$

$= \frac{60}{3R_1R_3} = \frac{20}{R_1R_3} = \frac{20}{}$

$I_3 = \frac{U}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{3R_3}} = \frac{6\sqrt{10}}{\frac{3R_3+R_1}{3R_1R_3}} = \frac{3R_1R_3\cdot\sqrt{10}}{3R_3+2R_1} =$

$= 18R_1R_3$

Ответ: Их x_3, поставьте 10 баллов и дайте схему перерисовать, чтобы правов верно.

Задача №3

Пусть h_m и $h_{кр.}$ — толщина листа и крема соответственно; ρ_m и $\rho_{кр}$ - плотности.

Тогда по условию $h_m = 0,9 h_{кр.}$

$\rho_{кр.} = 1,5 \rho_m$

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$, где m - масса, V объём.

Средняя плотность торта $= \rho$.

масса одного коржа $= S \cdot h_m \cdot \rho_m$; крема $=$
$= S \cdot h_{кр.} \cdot \rho_{кр.}$, где S - их площадь.

Пусть n - кол-во коржей и кол-во слоёв крема.

Тогда общая масса крема $= n \cdot S \cdot h_{кр.} \cdot \rho_{кр.}$;
коржей $= n \cdot S \cdot h_m \cdot \rho_m$.

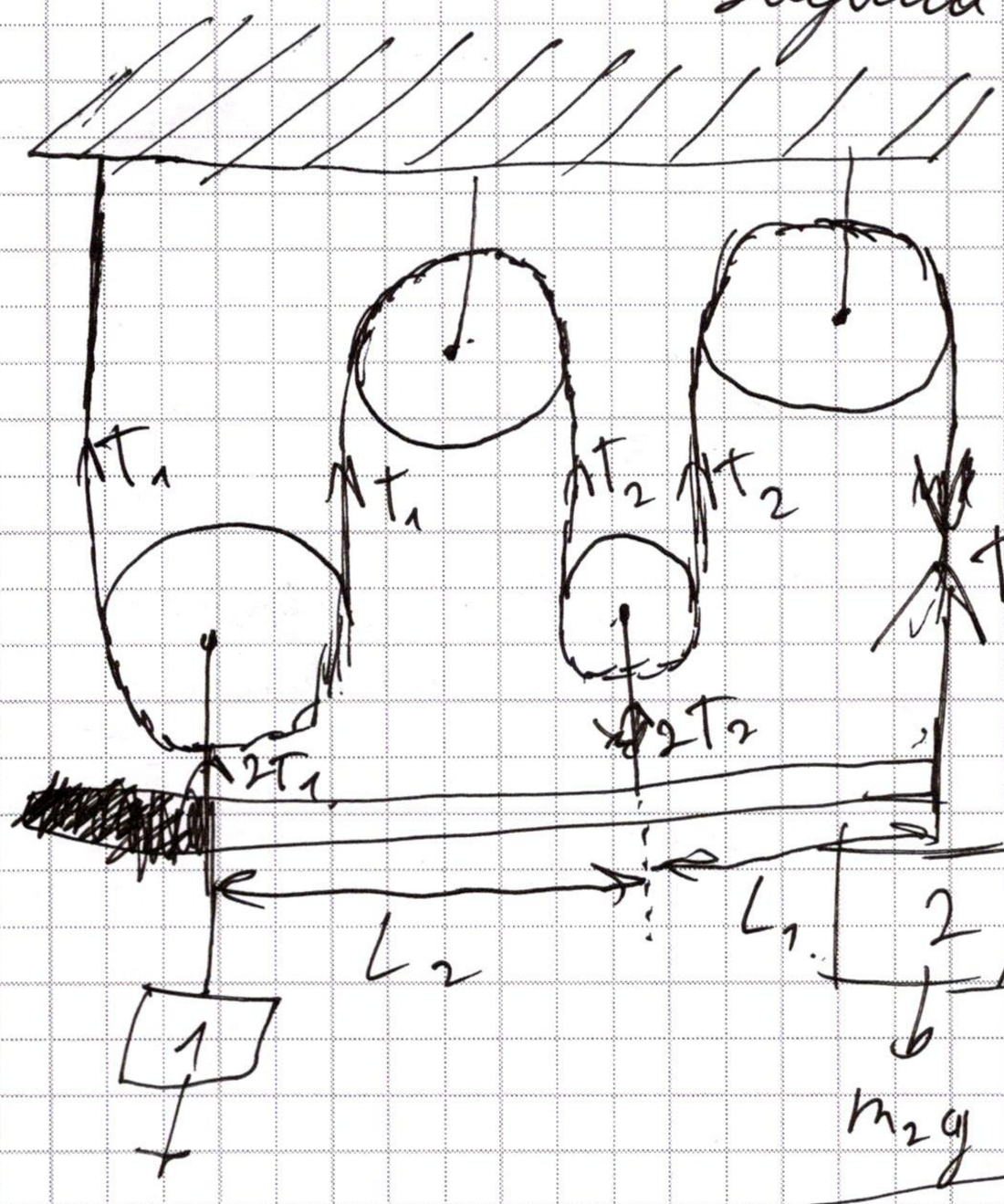
Общий объём крема $= n \cdot S \cdot h_{кр.}$; коржей $= n \cdot S \cdot h_m$.
Тогда:

$$\rho = \frac{n \cdot S \cdot h_{кр.} \cdot \rho_{кр.} + n \cdot S \cdot h_m \cdot \rho_m}{n \cdot S \cdot h_{кр.} + n \cdot S \cdot h_m} = \frac{\cancel{n} \cdot S (h_{кр.} \cdot 1,5 \rho_m + 0,9 h_{кр.} \cdot \rho_m)}{\cancel{n} \cdot S (h_{кр.} + 0,9 h_{кр.})} =$$

$$= \frac{2,4 h_{кр.} \rho_m}{1,9 h_{кр.}} \Rightarrow \rho = \frac{2,4}{1,9} \rho_m = \frac{24}{19} \rho_m \Rightarrow \rho_m = \frac{19}{24} \rho$$

Ответ: $\frac{19}{24} \rho$.

Задача №4



Заметим, что условно "2-й груз поднимает 1-й" (будет так симметрично). Тогда:

~~$T_2 = m_1 g$~~ $\Rightarrow T_2 = \frac{m_1 g}{2}$.

~~T_3 в свою очередь =~~ $T_3 = 2T_2$.

$2T_2 = m_1 g \Rightarrow T_2 = \frac{m_1 g}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow T_3 = \frac{m_1 g}{4}$.

Тогда на груз действует сила $m_2 g - T_3 = m_2 g - \frac{m_1 g}{4} = g\left(\frac{4m_2 - m_1}{4}\right)$.

~~$T_3 = 2T_2 = 4m_2 g$.~~

~~$T_2 = 2m_2 g$~~

~~$T_1 = \frac{2m_2 g}{2}$~~

~~$T_1 = \frac{m_2 g}{2} + \frac{m_2 g}{4} + \frac{m_1 g}{4}$~~

~~$\frac{m_2 g - m_1 g}{4}$~~

~~$L_2 \cdot T_2 = L_1 \cdot T_1$~~

~~$\frac{L_1}{L_2} = \frac{m_2}{m_1}$~~

Тогда по правилу моментов:

$g\left(\frac{4m_2 - m_1}{4}\right) \cdot L_1 = L_2 \cdot m_1 g$

$\frac{L_1}{L_2} = \frac{\frac{m_1}{4m_2 - m_1}}{4} = \frac{4m_1}{4m_2 - m_1}$

Ответ: $\frac{4m_1}{4m_2 - m_1}$.

Вариант задания 2

Задача №8.

$m_{ом} = 0{,}5$ кг

$c_{ж} = 460$ Дж/кг·К = 460 Дж/кг·°С

$c_{ом} = 920$ Дж/кг·°К = 920 Дж/кг·°С

P-?

$m_{ж}$-?

Решение

1) За 20 с первые 10 секунд на графике:

$\Delta T = 30°C - 20°C = 10°C$

$\Delta t = 10 - 0 = 10$ сек.

$Q = c_{ж}\Delta t = c_{ом} \cdot m_{ом} \cdot \Delta T =$

$= 920 \cdot 0{,}5 \cdot 10 = 4600$ Дж.

Тогда мощность нагревания $P = \frac{Q}{\Delta t} =$

$= \frac{4600}{10} = 460$ Вт.

2) Дальше мы видим резкий упадок температур, ведь вся нагреваемая теплота идёт на нагрев тающих кусков до температуры отвердевания.

3) График стал более пологим.

За $\Delta t = 50 - 20 = 30$ сек.

$\Delta T = 20°C$

$m_{ж}$ – масса тающих кусков.

$Q = c_{ом} \cdot m_{ом} \cdot \Delta T + c_{ж} m_{ж} \Delta T$

$P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = P \cdot \Delta t = (c_{ом} m_{ом} + c_{ж} m_{ж}) \Delta T$

$m_{ж} = \frac{\frac{P \Delta t}{\Delta T} - c_{ом} m_{ом}}{c_{ж}} = 0{,}5$ кг.

Ответ: $m_{ж} = 0{,}5$ кг.

Можно использовать оборот листа для записи решений

Задача №6.

Дано:

$d = 0{,}0001$ м

$\delta = 0{,}0975$

Задвоенная стенка - каждая 1000 - х ~~г~~

Обозначим $\gamma = 0{,}001$ от толщины.

Δ - Волнистость $= 0{,}0001$ от толщины.

$\rho_к = 800$ кг/м³

$\rho_{ам} = 2700$ кг/м³.

$T = 3$ мин $= 180$ с

P - расход $= 240$ кг/сек.

$\Delta V = 5{,}7$ м³.

---

n - ?; $\frac{m_{ам}}{m_{топл}}$ - ?

Решение.

Всего ~~Pt~~ топлива израсходовано: $P \cdot T =$

$= 240 \cdot 180 = 43200$ кг топлива.

$m_{ам} + m_к = 43200$ кг

~~$V_{общ}$~~ $V_к = 5{,}7$ м³ $\Rightarrow$ $\begin{cases} \rho_{ам} V_{ам} + \rho_к \cdot V_к = 43200 \\ V_к = 5{,}7 \end{cases}$

~~$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$~~ $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$

~~$V_{общ} = \frac{43200 - \rho_к V_к}{\rho_{ам}}$~~ $\frac{43200 - \rho_{ам} V_{ам}}{\rho_к}$

~~$V_{ам} + V_к = V_{ам} + \frac{43200 - 2700 V_{ам}}{800}$~~ $= 5{,}7$.

~~$43200 - 1900 V_{ам} = 4560$.~~

~~$1900 V_{ам} = 43200 - 4560$.~~

~~$V_{ам}$~~

(Я считаю, что остальным не стоит, мои слова подтвердит Жирик, в условии так сказано).

$\rho_{ам} \cdot V_{ам} = 43200 - \rho_к V_к \Rightarrow$ ~~$V_{ам}$~~ $m_{ам} = 38640$ кг

Объём одной частицы алюминия =

$= V_1 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 =$

$= \frac{4 \pi d^3}{24} = \frac{\pi d^3}{6}$

Задача 6
(продолжение).

Итого $\frac{m_{ал}}{m_к + m_{ал}} = \frac{38640}{43200} \approx 89,4\%$ – доля алюминия.

$m_{ал} = \rho_{ал} \cdot V_{ал} \Rightarrow V_{ал} = \frac{m_{ал}}{\rho_{ал}} \approx 14,3$ см^3.

Как на 1-ом было указано ранее V_1 одной частицы $= \frac{\pi d^3}{6} \Rightarrow$ кол-во частиц $n = \frac{V_{ал}}{V_1} = \frac{V_{ал} \cdot 6}{\pi d^3} \approx 2,73248 \cdot 10^{13}$ шт.

Когда среди них может контактировать со стенкой $n \cdot \delta \approx 26642$ частицы. $2,66 \cdot 10^{12}$ шт.

Задевают из них стенку: $n \cdot \delta \cdot \beta \approx 2,66 \cdot 10^9$ шт.

Вспомогательная $n \cdot \delta \cdot \beta \cdot 2 \approx 26617$ частиц. $= N$.

Ответ: 89,4%; 26617 частиц.

